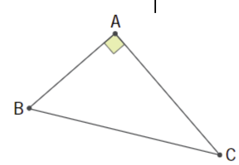
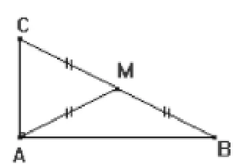
Matière : Maths Classe : EB9
Prof : Rita Nicolas, 2024-2025

Rappel géométrie (1) :

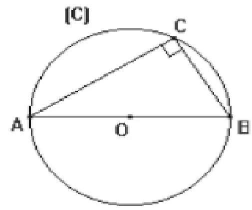
1. Relation de Pythagore :

Théorème	Réciproque
Dans un triangle rectangle, le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.	Si, dans un triangle, le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.
 	
Dans le triangle ABC rectangle en A et d'après le théorème de Pythagore, On a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ D'où : $AC^2 = BC^2 - AB^2$ et $AB^2 = BC^2 - AC^2$	Dans le triangle ABC, Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ Donc, d'après la réciproque du Pythagore le triangle ABC est rectangle en A

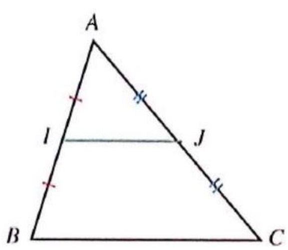
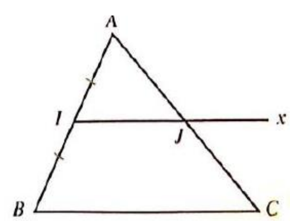
2. La médiane relative à l'hypoténuse :

Théorème	Réciproque
 	
Dans le triangle ABC rectangle en A, **On a :** [AM] est une médiane dans le triangle ABC. **Or,** dans un triangle rectangle, la médiane issue du sommet de l'angle droit vaut la moitié de l'hypoténuse. **Donc,** AM = $\frac{BC}{2}$ / AM = MC = MB.	Dans le triangle ABC, **On a :** AM = $\frac{BC}{2}$ / AM = MC = MB. **Or,** si dans un triangle, une médiane vaut la moitie d'un côté, alors ce triangle est rectangle. **Donc,** ABC est rectangle en A

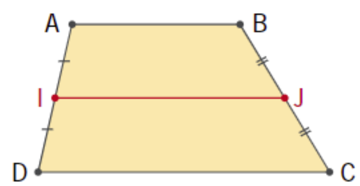
3. <u>Triangle inscrit dans un cercle :</u>

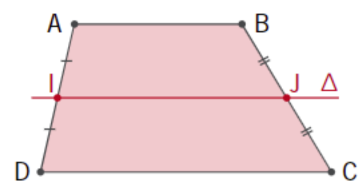
Théorème	Réciproque
 Si un triangle est rectangle, alors son hypoténuse est un diamètre du cercle circonscrit a ce triangle.	Si un triangle est inscrit dans un cercle dont un diamètre est un côté du triangle, alors ce triangle est rectangle et ce diamètre est son hypoténuse.

4. <u>Théorème des milieux dans un triangle (ou un trapèze) :</u>

Théorème	Réciproque
<u>Enonce 1 :</u> Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté, et leurs supports sont parallèles.	**<u>Enonce 2 :</u>** Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et si elle est parallèle à un second côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.
 Dans le triangle ABC, **On a :** I milieu de [AB] J milieu de [AC] **Or,** d'après le théorème des milieux dans un triangle. **Donc,** (IJ) // (BC) et IJ = $\frac{BC}{2}$	 Dans le triangle ABC, **On a :** I milieu de [AB] (IJ) // (BC) **Or,** d'après la réciproque du théorème des milieux dans un triangle. **Donc,** J milieu de [AC]

5. Théorème des milieux dans un trapèze :

<table>
<tr><th>Théorème</th><th>Réciproque</th></tr>
<tr><td><u>Enonce 1 :</u> Dans un trapèze, la longueur du segment joignant les milieux des côtés non-parallèle est parallèle aux deux bases et vaut la moitié de la somme des longueurs de deux base.</td><td><u>Enonce 2 :</u> Dans un trapèze, si une droite est parallèle aux bases, et qu'elle passe par le milieu d'un côté, alors elle passe par le milieu de l'autre.</td></tr>
<tr><td>


Dans le trapèze ABCD,
On a :
I milieu de [AD]
J milieu de [BC]
Or, d'après le théorème des milieux dans un trapèze.
Donc, (IJ) // (AB) // (DC) et IJ = $\frac{AB+DC}{2}$
</td><td>


Dans le triangle ABC,
On a :
I milieu de [AD]
(IJ) // (AB) // (DC)
Or, d'après la réciproque du théorème des milieux dans un trapèze.
Donc, J milieu de [BC]
</td></tr>
</table>

De plus :

<u>Dans un trapèze :</u>

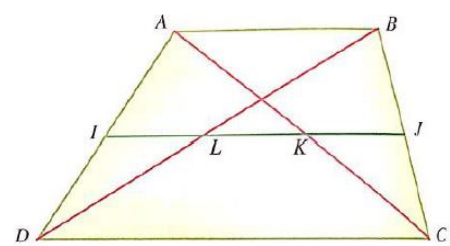
I, L K et J sont les milieux respectifs de $[AD]$, $[BD]$, $[AC]$ et $[BC]$, donc :

* $[IJ]$ est appelée la Base moyenne.

* (IJ) // (AB) // (CD).

* $IJ = \frac{AB+CD}{2}$.

* $LK = \frac{CD-AB}{2}$.

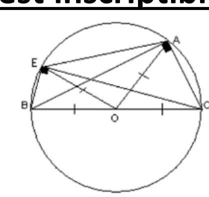


- **Un trapèze isocèle :**
  La médiatrice d'une base est médiatrice de l'autre.
  Les côtés opposés non parallèles sont de même longueur.
  Les diagonales ont même longueur.
  Deux angles à la base sont égaux.

6. <u>Définir points cocycliques et démontrer qu'un quadrilatère est inscriptible :</u>

<u>Définition :</u>

C'est un quadrilatère ayant les 4 sommets sur un même cercle.



<u>Propriété :</u>

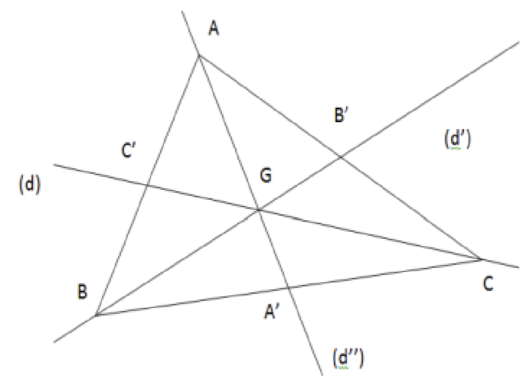
Si 2 triangles rectangles ont leurs hypoténuses en commun, alors ils appartiennent au même cercle dont le diamètre est cette hypoténuse commune (Propriété du triangle rectangle inscrit dans un demi-cercle).

Rappel géométrie (2) :

1. Droites remarquables dans un triangle :

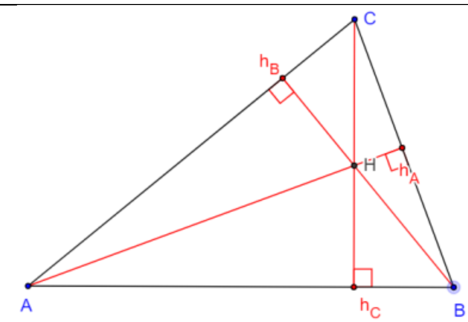
<table>
<tr>
<td>
1- Médiane :
<u>Définition :</u> Une médiane dans un triangle est une droite qui passe par un sommet et le milieu du côté opposé à ce sommet.
<u>Propriétés :</u>

Les médianes d'un triangle sont concourantes en un point nommé : centre de gravité.
La distance d'un sommet au centre de gravité vaut $\frac{2}{3}$la longueur de la médiane.
Dans un triangle rectangle, la médiane relative à l'hypoténuse vaut sa moitié.

</td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>
2- Hauteur :
<u>Définition :</u> Dans un triangle, une hauteur est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.
<u>Propriété :</u>

Les 3 hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point nommé orthocentre H.

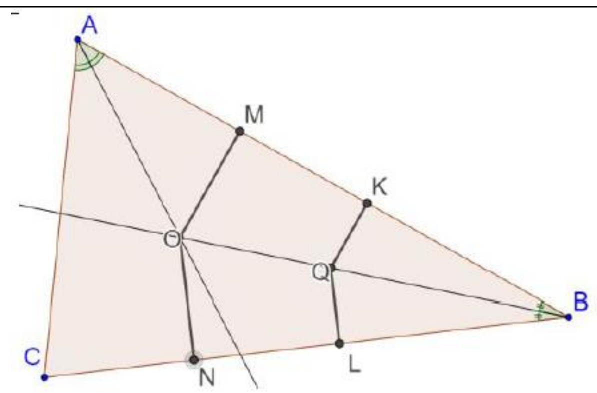
(BH) est la hauteur issue de B
</td>
<td>


</td>
</tr>
<tr>
<td>
3- Bissectrice :
<u>Définition :</u> C'est une demi-droite qui partage l'angle en deux angles adjacents et égaux.
[BO) est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$.
<u>Propriétés :</u>

Les bissectrices des 3 angles sont concourants en un point nommé centre du cercle inscrit, le point O.
Tout point appartenant à la bissectrice d'un angle est équidistant des 2 côtés de cet angle,

Ex : $OM = ON$.

Si un point est équidistant des 2 côtés d'un angle alors il appartient à la bissectrice de cet angle.

</td>
<td>


</td>
</tr>
</table>

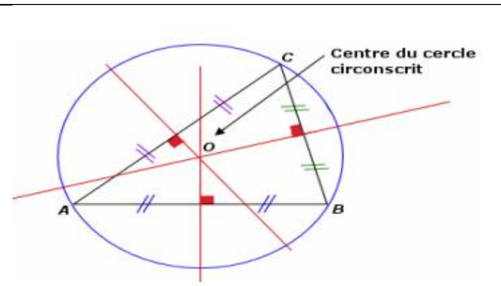
4- Médiatrice :

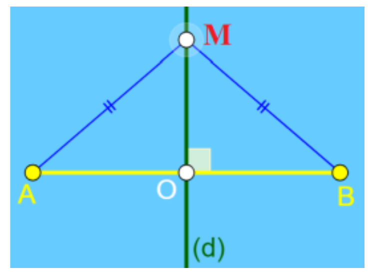
Définition : Les médiatrices d'un triangle sont les médiatrices des côtés de ce triangle.
(Chacune passe par le milieu du côté perpendiculairement)

Propriétés :

- Les médiatrices des 3 angles sont concourants en un point nommé centre du cercle circonscrit, le point O.
- Tout point de la médiatrice d'un segment est équidistant des deux extrémités de ce segment.

Réciproque :
Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.





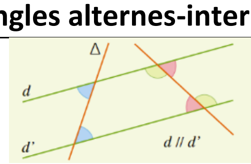
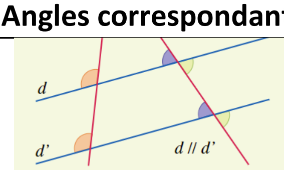
2. Superposition de deux triangles quelconques :

1^er^ cas ACA : Si les 2 triangles ont 1 côté isométrique et les deux angles adjacent à ce côté respectivement égaux.
2ème cas CAC : Si les 2 triangles ont 1 angle égal compris entre 2 côtés respectivement isométriques.
3ème cas CCC : Si les 2 triangles ont les 3 côtés respectivement isométriques.

3. Superposition de deux triangles rectangles :

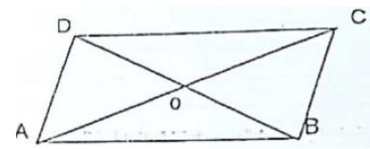
1er cas HA : Si les 2 triangles rectangles ont l'hypoténuse isométrique et 1 angle aigu égal.
2ème cas HC : Si les 2 triangles rectangles ont l'hypoténuse et 1 côté respectivement isométriques.

4. Les angles alternes-internes et correspondants

Angles alternes-internes	Angles correspondants
	
Propriété : Deux droites parallèles coupées par une sécante forment des angles **alternes-internes égaux.**	**Propriété :** Deux droites parallèles coupées par une sécante forment des angles **correspondants égaux.**
Réciproque : Si deux droites sont coupées par une sécante en formant 2 angles **alternes-internes égaux,** alors **elles sont parallèles.**	**Réciproque :** Si deux droites sont coupées par une sécante en formant 2 angles **correspondants égaux,** alors **elles sont parallèles.**

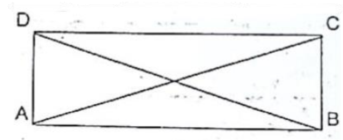
Rappel géométrie (3) :

1. Parallélogramme :



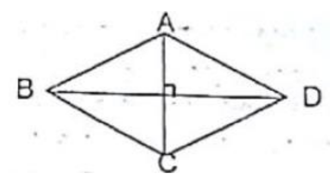
1$^{\text{ère}}$ méthode : les côtés opposés deux à deux parallèles
2$^{\text{ème}}$ méthode : les côtés opposés deux à deux isométriques
3$^{\text{ème}}$ méthode : ses diagonales qui se coupent en leur milieu
4$^{\text{ème}}$ méthode : a deux côtés opposés parallèles et isométriques
5$^{\text{ème}}$ méthode : les angles opposés égaux

2. Rectangle :



1$^{\text{ère}}$ méthode : trois angles droits
2$^{\text{ème}}$ méthode : un parallélogramme + a un angle droit
3$^{\text{ème}}$ méthode : un parallélogramme + diagonales isométriques

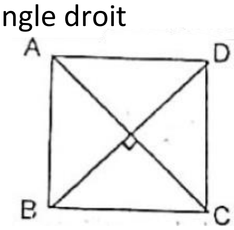
3. Losange :



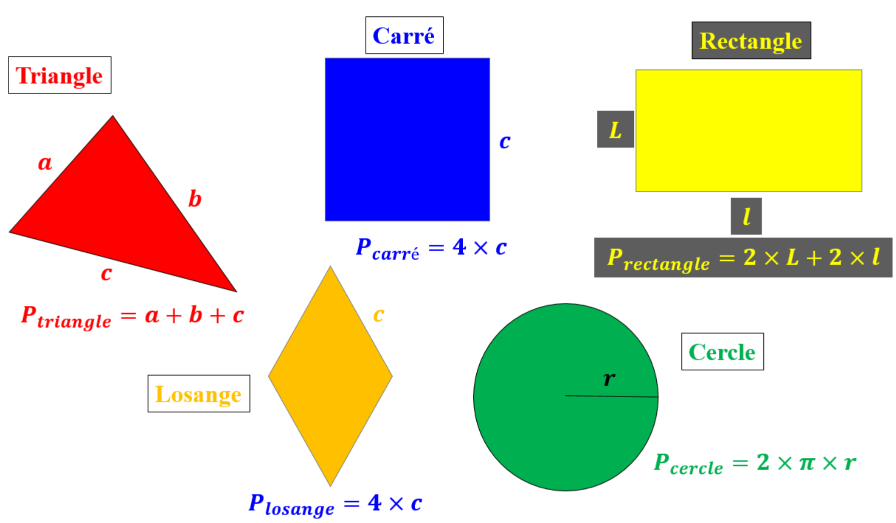
1$^{\text{ère}}$ méthode : quatre côtés isométriques
2$^{\text{ème}}$ méthode : un parallélogramme + ses diagonales perpendiculaires
3$^{\text{ème}}$ méthode : un parallélogramme + deux côtés consécutifs isométriques

4. Carré :

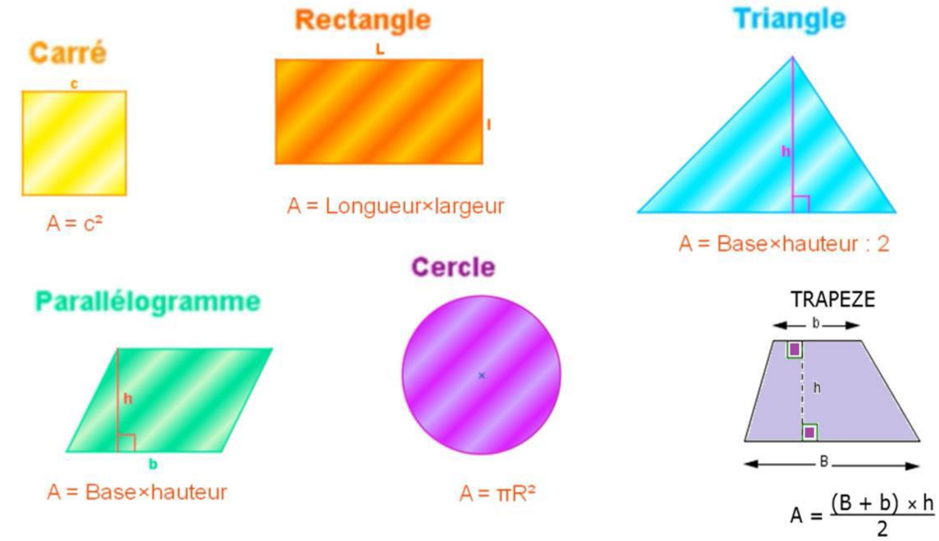
1$^{\text{ère}}$ méthode : quatre côtés isométriques + trois angles droits
2$^{\text{ème}}$ méthode : un parallélogramme + deux côtés consécutifs isométriques + un angle droit
3$^{\text{ème}}$ méthode : un losange + un angle droit
4$^{\text{ème}}$ méthode : un losange + ses diagonales isométriques
5$^{\text{ème}}$ méthode : un rectangle + ses deux côtés consécutifs isométriques
6$^{\text{ème}}$ méthode : un rectangle + ses diagonales perpendiculaires



5. Périmètres :



6. Aires :



7. Volumes :